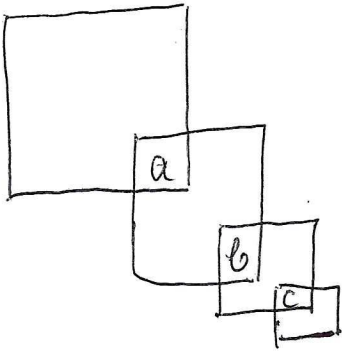


Размер первого квадрата $12 \cdot 12 = 144$
 Размер второго квадрата $9 \cdot 9 = 81$
 Размер третьего квадрата $4 \cdot 4 = 16$
 Размер четвертого квадрата $3 \cdot 3 = 9$

1	2	3	4	5	5
7	7	7	7	7	35



Пусть квадрат со стороной 12 пересекет квадрат со стороной 9 фигурой площадью a .
 Аналогично 9 пересек 4 фигурой площадью b , а 4 пересек 3 фигурой площадью c .

Тогда сумма черных площадей
 $144 + 49 - a - b - c$ серых
 Тогда сумма черных площадей
 $81 + 9 - a - b - c$

Тогда разность сумм площадей равна
 $144 + 49 - a - b - c - (81 + 9 - a - b - c) = 144 + 49 - 81 - 9 = 103$
 Ответ: сумма черных площадей больше на 103.

$$x > 0, y > 0, \quad x^2 + y^2 = \frac{1}{2}$$

Из Коши

$$x^2 + y^2 \geq 2\sqrt{x^2 y^2} = 2xy \Rightarrow \frac{1}{2} \geq 2xy \Rightarrow \frac{1}{4} \geq xy$$

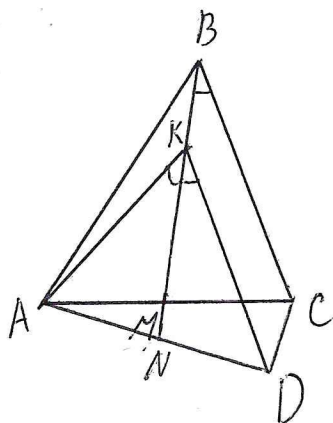
Так как $x \neq 0$, $y \leq \frac{1}{4x}$

Чтобы $\frac{1}{1+2x} + \frac{1}{1+2y}$ было как можно меньше, надо чтобы значения были как можно больше \Rightarrow
 чтобы y был наибольшим \Rightarrow

$$\frac{1}{1+2x} + \frac{1}{1+2y} \geq \frac{1}{1+2x} + \frac{1}{1+2 \cdot \frac{1}{4x}} = \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{1+\frac{1}{2x}} = \frac{1}{2x+1} + \frac{1}{\frac{2x+1}{2x}} = \frac{1}{2x+1} + \frac{2x}{2x+1} = 1$$

Доказано.

№3



Дано: $\triangle ABC$, BM -
- медиана, $K \in BM$,
 $\angle AKM = \angle MBC$.

Найти: $AK : BC$

Решение:

- 1) Отложим отрезок KD равный и параллельный BC .
- 2) Тогда $BKDC$ - параллелограмм ($BC = KD$, $BC \parallel KD$).
- 3) $\angle MKD = \angle MBC$ (соответственные, при $KD \parallel BC$) \Rightarrow
 KM - биссектриса ($\angle AKM = \angle MBC = \angle MKD$).
- 4) Продлим BM , $BM \cap AD = N$. Тогда так как
 KN - биссектриса $\triangle AKD$, $AN : ND = AK : KD = AK : BC$ ($KD = BC$).
- 5) $MN \parallel CD$ так как $BN \parallel CD$ из-за того что $BKDC$
параллелограмм (пункт 2) и также M - середина AC
(BM - медиана) $\Rightarrow MN$ средняя линия $\Rightarrow N$ - середина
 $AD \Rightarrow AN : ND = AK : BC = 1$, *по теор. Фалеса!*

Ответ: 1.

Наименьшее число из с суммой 2023 будет когда
в нем минимум 2023:9 = 224 (ост. 7) 225 ^{цифр} цифр, так как если
цифр 224, то наибольшее число $\underbrace{99 \dots 9}_{224}$ имеет сумму цифр
2016,

У нас 225 цифр мин. А на первом месте минимум
7, так как $6 \underbrace{9 \dots 9}_{224} = 2022 \Rightarrow$ наименьшее подводящее
число это $7 \underbrace{9 \dots 9}_{224}$.

Когда на первом месте 7 вар. закончилось.

Когда на первом месте 8 в оставшихся цифрах будет
еще одна 8 и 223 девятки \Rightarrow еще 224 вар числа (вторую
восьмерку поставить 224 вар). Значит 225 число

$$8 \underbrace{9 \dots 9}_{223} 8$$

Если на первом месте 9, то на втором минимум 7.
 \Rightarrow 226 число $9 \underbrace{79 \dots 9}_{223}$. Когда на втором месте 8, то в оставшихся
223 цифра одна 8 и 222 девятки \Rightarrow еще 223 вар (223 вар поста-
вить вторую восьмерку.) $\Rightarrow 226 + 223 = 449$ число это $9 \underbrace{89 \dots 9}_{222} 8$,

Значит 450 число это мин число с суммой цифр

2023 начинающееся на 99, то есть $99 \underbrace{79 \dots 9}_{222}$.

Ответ: $99 \underbrace{79 \dots 9}_{222}$.

Пусть города будут A_1, A_2, \dots, A_{10} . N^5 +

Пусть между городами A_9 и A_{10} нет дорог, всего между какими то городами ее нет.

Тогда в тройке $A_1 A_9 A_{10}$ макс 1 дорога, $A_2 A_9 A_{10}$ макс 1 дорога...

$A_8 A_9 A_{10}$ макс 1 дорога. То есть нет минимум $2 \cdot 8 = 16$, но для учета дороги $A_9 A_{10}$ считалась 8 раз \Rightarrow нет минимум $16 - 7 = 9$ дорог \Rightarrow максимум $\frac{10 \cdot 9}{2} - 9 = 36$ дорог.

Пример:

A_{10} не выпускает ни одной дороги, а все остальные города связаны дорогой.

Тогда в тройке без A_{10} будет 3 дороги, а в тройке с A_{10} будет 1 дорога.